

5. Oldja meg az alábbi példákat!

MEGOLDÁSOK!

5.1

ÉV	r_t	C_t	PV
1	16%	20,00	17,24
2	17%	20,00	14,62
3	18%	20,00	12,18
4	19%	20,00	9,98
5	20%	120,00	48,24
PV			101,68

5.2.

Első lépésben kiszámítjuk a felhalmozódott kamatot.

Felhalmozódott kamat = Egy napi kamat x kamatnapok

$$= \frac{20}{365} \times 62 = 3,40$$

Kamatnapok = július hó 31 nap
 augusztus hó 31 nap
 együtt 62 nap

A felhalmozódott időarányos kamat ismeretében a
nettó (tiszt) árfolyam = $92,00 - 3,40 = 88,60$

5.3 Az örökjáradékos kötvény jelenértéke a következő:

$$\frac{C_t}{r - g} = \frac{20\,000}{0,25 - 0,05} = \frac{20\,000}{0,2} = 100\,000 \text{ Ft}$$

5.4 Bruttó árfolyam:

$$1000 + \frac{1000}{1,2^1} + \frac{1000}{1,2^2} + \frac{1000}{1,2^3} + \frac{1000 + 5000}{1,2^4} = 4166,6 \text{ Ft}$$

Nettó árfolyam:

$$\frac{1000}{1,2^1} + \frac{1000}{1,2^2} + \frac{1000}{1,2^3} + \frac{1000 + 5000}{1,2^4} = 3166,6 \text{ Ft}$$

5.5

Bruttó árfolyam = nettó árfolyam + felhalmozódott kamat

A nettó árfolyamot ismerjük, ez 92%

A bruttó árfolyamot kiszámítjuk, ez:

$$\frac{18\%}{360} \times 130 = 6,5\%$$

A bruttó árfolyam tehát: $92\% + 6,5\% = 98,5\%$

A nettó árfolyam azért alacsonyabb a névértéknél, mert a piaci kamatszint magasabb a kötvény névleges kamatszintjénél.

5.6.

Tekintsük át a rendelkezésre álló adatok alapján, hogy milyen pénzáramok alakulnak ki a kötvény futamideje alatt:

Dátum	Fennálló névérték	Törlesztés	Kamat	Pénzáram
1994.V.20.				- 980
1995.V.20.	1000		190	190
1996.V.20.	1000		190	190
1997.V.20.	1000	200	190	390
1998.V.20.	800	200	152	352
1999.V.20.	600	200	114	314
2000.V.20.	400	200	76	276
2001.V.20.	200	200	38	238

A kamat meghatározása évenként a fennálló névérték alapján történik

$$\begin{array}{rclcl} 1000 & \times & 0,19 & = & 190 \\ 800 & \times & 0,19 & = & 152 \\ 600 & \times & 0,19 & = & 114 \\ 400 & \times & 0,19 & = & 76 \\ 200 & \times & 0,19 & = & 38 \end{array}$$

a) Névleges hozam meghatározása

$$R_N = \frac{K}{N} \cdot 100$$

ahol: r_n = névleges hozam

K = kamat

N = névérték

A kötvény névleges hozama tehát: $\frac{190}{1000} \times 100 = 19\%$

A hozam mértéke a kötvényen feltüntetett, új információt nem tartalmaz.

b.) *Egyszerű hozam*

$$r_e = \frac{K}{A} \times 100$$

ahol: r_e = egyszerű hozam

K = kamat

A = árfolyam

A kötvény egyszerű hozama tehát: $\frac{190}{980} \times 100 = 19,38\%$

Az árfolyamra vetített hozammutató lényeges információt nem jelent, hiányossága, hogy nem tesz különbséget, hogy eladja, vásárolja valaki az értékpapírt, nem jelzi, hogy mennyiért?

c) *Tényleges hozam (belső kamatláb – internal return of rate, IRR)*

A kötvény árfolyamát két tényező alakítja, a kamat és a törlesztő rész diszkontjának összege. A tényleges hozam meghatározása ennek az összefüggésnek az alapján történik, mert ismerjük az árfolyamot és a törlesztőrészletet, és keressük azt a diszkontrátát, amely mellett az árfolyam egyenlő a törlesztőrészlet és a kamat diszkontált összegével.

Képletben megjelenítve ez a következő:

$$A = \sum_{t=1}^n \frac{K_t + T_t}{(1+r)^t}$$

ahol: A = árfolyam

K_t = adott időpontban a kötvény hozama (kamata, fix kamata)

T_t = törlesztőrészlet adott időpontban

$(1+r)^t$ = diszkonttényező, itt található „ r ” jelzéssel a kötvényre jellemző kamatláb, az egyetlen, amely mellett az egyenlőség teljesül, ez lesz a kötvény belső kamatlába.

Számításunk a következő:

$$980 = \sum_{t=1}^7 \frac{190}{(1+r)^1} + \frac{190}{(1+r)^2} + \frac{390}{(1+r)^3} + \frac{352}{(1+r)^4} + \frac{314}{(1+r)^5} + \frac{276}{(1+r)^6} + \frac{238}{(1+r)^7}$$

Mivel a számításnál a nevezőben lévő belső kamatlábat keressük, így két módszerrel járhatunk el, lehetséges megoldás közelítő számítással, és számítógépes megoldással.

A közelítő számítás azt jelenti, hogy becslést végzünk, hogy melyik lenne az a ráta, amely mellett az egyenlőség teljesülne. Ez esetben próbálkozzunk a 19%-os megoldással

$$980 = \sum_{t=1}^7 \frac{190}{1,19} + \frac{190}{1,42} + \frac{390}{1,69} + \frac{352}{2,01} + \frac{314}{2,39} + \frac{276}{2,84} + \frac{238}{3,38}$$

$$980 = 159,66 + 133,8 + 230,77 + 175,12 + 131,38 + 97,18 + 70,41$$

$$980 \neq 998,32$$

Az eltérés megállapítása: 19% esetén a kapott összeg	998,32
az árfolyam pedig	980,00
a különbözet	18,32

Az eltérés azt mutatja, hogy szükséges a magasabb diszkontráta esetén is meghatározni az egyenlőséget, így próbálkozzunk a 20% esetében

$$980 = \sum_{t=1}^7 \frac{190}{1,2} + \frac{190}{1,44} + \frac{390}{1,728} + \frac{352}{2,074} + \frac{314}{2,488} + \frac{276}{2,986} + \frac{238}{3,583}$$

$$980 = 158,33 + 131,94 + 225,69 + 170,05 + 126,21 + 92,43 + 66,42$$

$$980 \neq 971,07$$

Az eltérés megállapítása:	20% esetén a kapott összeg	971,07
	az árfolyam	980,00
	a különbözet	- 8,93

A belső megtérülési ráta megállapítása:

19%-ból kiindulva:

$$19 + \frac{18,32}{27,25} = 19,67\%$$

(Megjegyzés: a 27,25 = a két különbözet összege, azaz 8,93 + 18,32)

Ellenőrizzük a kapott diszkontráta helyességét:

$$980 = \frac{190}{1,1967} + \frac{190}{1,1967^2} + \frac{390}{1,1967^3} + \frac{352}{1,1967^4} + \frac{314}{1,1967^5} + \frac{276}{1,1967^6} + \frac{238}{1,1967^7}$$

$$980 \approx 158,77 + 132,68 + 227,54 + 171,62 + 127,94 + 93,97 + 67,71$$

$$\underline{930 = 980,23}$$

Az eltérés a kerekítésből adódik. Megjegyzésre érdemes, hogy ha a befektető kötvényét a lejárat előtt értékesíti, akkor a hozamot a tartási periódusra számítjuk.

d) Kötvény árfolyam kamatrugalmassága

Az árfolyamváltozás tényezőire igen jó tájékoztatást ad a tényleges hozam (belső kamatláb) képlete, azaz kimutatja, hogy az idő múlása, és a piaci kamatláb változása az árfolyamváltozás oka.

Amennyiben a kamatrugalmasságot szeretnénk megtudni, azt kell kutatni, hogy mely tényező(k) változása okozza ezt? Két tényezőt kell figyelni, ezek az árfolyam és a kamat. Írjuk fel az elaszticitás (rugalmasság) képletét:

$$E = \frac{\frac{A_1}{A_0} - 1}{\frac{r_1}{r_0} - 1}$$

amely képletben az E = elaszticitás vagy rugalmasság

A_1 = tárgyidőszaki árfolyam

A_0 = kötvény névértéke

r_1 = tárgyidőszaki piaci kamat

r_0 = fix kamat

Látszik, hogy ez egy reagálási fok, azaz megmutatja, hogy az árfolyam hogyan változik (reagál) a kamatváltozásra, azaz 1%-os kamatváltozás milyen árfolyamváltozást eredményez (irányt és mértéket is jelez).

Fontos megemlíteni, hogy csak nagyvonalú becslésre alkalmas, mivel csak a leglényegesebb feltételeket jeleníti meg, és a kapott eredmény csak addig elfogadható, amíg a piacon új tendenciák nem jelennek meg.

Az „ E ” **nem lehet változatlan**. A piac állandó mozgása az „ E ” állandó változását eredményezi.

Határozzuk meg ezek után az „E”-t a már ismert adatok alapján:

$r_p = 20\%$ (ez a piaci kamat)

$r_k = 19\%$

$A_k = 980$ HUF

$N = 1\,000$ HUF

$$E = \frac{\frac{980}{20} - 1}{\frac{1000}{19} - 1} = \frac{-0,02}{0,05} = -0,4$$

A mutató jelzi, hogy a kamat 1%-os növekedése az árfolyam 0,4%-os csökkenését eredményezi. Az „E” jelzi a kockázatot is, alacsonyabb „E” alacsonyabb kockázatot jelent. Hosszabb lejárat esetében az árfolyam kamatrugalmassága nagyobb, mert a lejárat időintervalluma megnöveli a kockázatot.

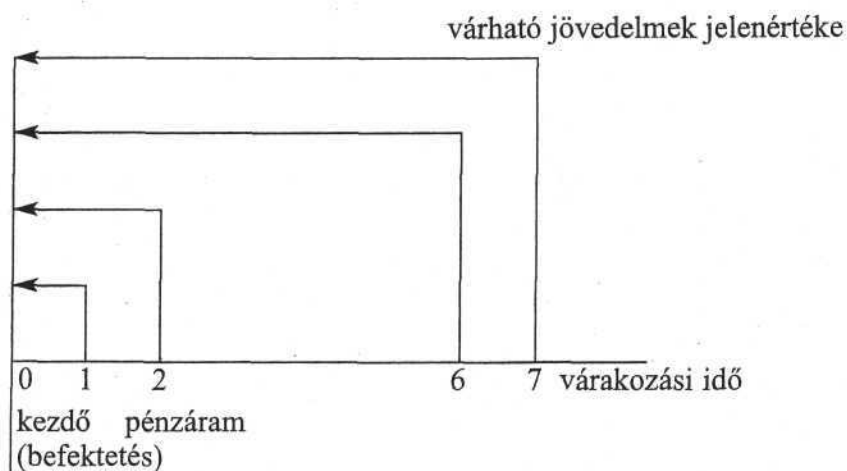
e) *Átlagos futamidő (duration, DUR)*

Ezt a mutatót akkor számoljuk, ha azt akarjuk megtudni, hogy mennyit kell várni arra, hogy a kötvényszerzésre fordított pénzünk megtérüljön.

Képlete a következő:

$$DUR = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{K_t + T_t}{(1+r)^t} \times t}{\sum_{t=1}^n \frac{K_t + T_t}{(1+r)^t}}$$

A nevezőben – jól látszik a korábbi számítások ismeretében – az árfolyam szerepel. A számlálóban súlyként az egyes időszakok várható jövedelmének jelenértéke, átlagolandó értéként pedig a jövedelmek esedékességéig szükséges várakozási idő szerepel.



A számítást a már megismert belső kamattal (megtérülési rátával) végezzük, mivel ez és csak ez jellemzi az adott kötvényt, így a számítás a következő:

$$\text{DUR} = \frac{\frac{190}{1,1967} \times 1 + \frac{190}{1,1967^2} \times 2 + \frac{390}{1,1967^3} \times 3 + \frac{352}{1,1967^4} \times 4 + \frac{314}{1,1967^5} \times 5 + \frac{276}{1,1967^6} \times 6 + \frac{238}{1,1967^7} \times 7}{980}$$

(Megjegyzés: A kapott eredmény a várakozási időt mutatja, de lehetséges más értelmezés is, mégpedig a kamatérzékenység mutatójaként azaz a kamattényező 1%-os változása d %-kal módosítja az árfolyamot.)

$$\text{DUR} = \frac{158,77 + 265,36 + 682,62 + 686,48 + 639,7 + 563,82 + 473,97}{980}$$

$$\text{DUR} = \frac{3470,72}{980}$$

$$\text{DUR} = \underline{3,54 \text{ év}}$$

5.7 a)

$$r^9 = \frac{\text{Évi kamatfizetés} + \frac{\text{Névérték} - \text{A kötvény vételi árfolyama}}{\text{A lejáratig terjedő évek száma}}}{0,6 \times \text{Árfolyam} + 0,4 \times \text{Névérték}}$$

$$\text{Közelítő hozam a lejáratig} = \frac{10\,000 + \frac{100\,000 - 88\,000}{10}}{0,6 \times 88\,000 + 0,4 \times 100\,000} = \frac{11\,200}{92\,800} = 0,1206 \rightarrow 12,1\%$$

b)

$$\begin{aligned}
 10\,000 \times P_{v_{an}} + 100\,000 \times PV &= 88\,000 \\
 10 \text{ év } 11\% \text{ mellett } 10\,000 \times 5,889 + 100\,000 \times 0,352 &= 94\,090 \\
 10 \text{ év } 12\% \text{ mellett } 10\,000 \times 5,650 + 100\,000 \times 0,322 &= 88\,700 \\
 \text{Különbség} &= 5\,390
 \end{aligned}$$

$$\frac{700}{5390} = 0,1298$$

$$\frac{6090}{5390} = 1,1298$$

$$12 + 0,1298 = 12,1298 \rightarrow 12,1\%$$

$$11 + 1,1298 = 12,1298 \rightarrow 12,1\%$$

r = hozam

PV = jelenérték

$P_{v_{an}}$ = annuitás jelenértéke

5.8

a) $P_0 = 11\,000 \times 3,352 + 100\,000 \times 0,497 = 36\,872 + 49\,700 = 86\,572 \text{ Ft.}$

b) $P_0 = 11\,000 \times 5,019 + 100\,000 \times 0,247 = 55\,209 + 24\,700 = 79\,909 \text{ Ft.}$

c) $P_0 = 11\,000 \times 6,259 + 100\,000 \times 0,053 = 68\,849 + 5\,300 = 74\,149 \text{ Ft.}$

P_0 = kötvény árfolyama

5.9

$$P_0 = 12\,000 \times 7,606 + 100\,000 \times 0,239 = 91\,272 + 23\,900 = 115\,172 \text{ Ft.}$$

Annuitás jelenértékének faktora 15 év és 10% kamatláb mellett = 7,606

Egységnyi pénz jelenlegi értékének faktora 15 év és 10% kamatláb mellett = 0,239

Tehát a kötvény belső értéke (115 172 Ft.) magasabb, mint a kötvény árfolyama (110 000 Ft.), vagyis a kötvény jelenleg a tőkepiacon alulértékelt.

5.10

A társaság háromféle értékpapír kibocsátásával szerzi meg a szükséges tőkét a tevékenységéhez. Annak érdekében, hogy a forrás rendelkezésre álljon, az értékpapíroknak kedvező befektetési lehetőségként kell megjelenniük. Ezt jelzi a várható hozam nagysága.

- a) A törzsrészesvények azonos tagsági jogokat jelentenek, a várható hozam meghatározásához ismerjük a következő adatokat

P_0 (jelenlegi árfolyam) 1 200 HUF

DIV (osztalék) 31 HUF / részesvény

g (osztalék átlagos növekedési üteme évenként) 7%

$$r = \frac{\text{DIV}}{P_0} + g$$

$$r = \frac{31}{1200} + 0,07 = 0,0258 + 0,07 = 0,0958 \approx 0,1$$

A törzsrészesvény várható hozama tehát 10%

- b) Az elsőbbségi részesvény fix osztalékot jelent tulajdonosa számára, ez esetben a következő mértékben:

$P_0 = 600$ HUF

DIV = 50 HUF

$$r = \frac{\text{DIV}}{P_0} = \frac{50}{600} = 0,083 \text{ azaz } 8,33\%$$

- c) A kötvény fix kamatozású értékpapír, így nem függ a cég működésének eredményétől a hozama. A számításhoz ismert adatok a következők:

N (névérték) 1 000 HUF

r (névleges kamat) 12%/év

P_0 (jelenlegi árfolyam) 3 200 HUF

lejárat 15 év

ahol: r_e = az egyszerű hozam

c_1 = az éves kamat összege

P_0 = az árfolyam

$c_1 = N \times r = 1\,000 \times 0,12 = 120$ HUF / év

$$r_e = \frac{120}{3\,200} = 0,0375 \text{ azaz az egyszerű kamat } 3,75\%$$

5.11

A feladat megoldásához ismert adatok a következők:

$\beta = 1,2$ (adott értékpapír hozama hogyan reagál a konjunkturális változásokra)

$r_f = 11\%$ (ez a kockázatmentes kamatláb)

$r_m - r_f = 9\%$ (ez a piaci prémium)

- a) A cég értékpapírjaitól elvárt hozamot a CAPM modell képletének felhasználásával lehet meghatározni, ez a következő:

$$r_i = r_f + (r_m - r_f) \times \beta_i$$

Az ismert adatokat felhasználva:

$$r_i = 0,11 + 0,09 \times 1,2$$

$$r_i = 0,11 + 0,108$$

$$r_i = 0,218 \text{ azaz } \underline{21,8\%} \text{ a cég papírjaitól elvárt hozam.}$$

- b) Amennyiben a piacon lenne egy 25%-os hozamot biztosító beruházási lehetőség, ez pozitív nettó jelenértéket eredményezne. Ez úgy gondolható végig, hogy a piacon már elért jövedelmezőségnek a fenti értékpapír hozadékát tekinthetjük, így az eddig elért jövedelmezőség 21,8%, ami alacsonyabb, mint az új lehetőség, így a nettó jelenérték kedvezően alakulna.
- c) A társaság részvényeire 38 HUF osztalékot (DIV) fizetnek várhatóan, és az osztaléknövekedés üteme (g) 14%. Az a) részben meghatároztuk az elvárt hozam mértékét (r) ez 21,8%, így meghatározható a részvény árfolyama, (A vagy P_0), a következőképpen:

$$P_0 = \frac{DIV}{r - g} = \frac{38}{0,218 - 0,14} = 487,18 \text{ HUF}$$

5.12

A CAPM modell arra épül, hogy a részvények kockázata két részből áll, egyedi kockázatból, amely odafigyeléssel, diverzifikálással elkerülhető, és piaci kockázatból, amely nem csökkenthető (ilyen pl: a recesszió). A részvényeknél az egyedi kockázat jelentős. Itt a piaci kockázat és a hozam közti kapcsolatot kell vizsgálni. A β jelzi, hogy adott értékpapír hozama milyen érzékenyen reagál a konjunkturális változásokra. Nagyobb β nagyobb jövedelmet és kockázatot jelez.

Az értékpapír várható hozamát a következő képlet mutatja:

$$r_i = r_f + (r_m - r_f) \times \beta$$

ahol: r_i = az értékpapír várható hozama

r_f = kockázatmentes hozam

r_m = piaci portfólió hozama

A feladatban két részvény szerepel, és a következő feltételeket ismerjük:

$$\text{I. részvény } \beta = 1,2 \quad r = 22\%$$

$$\text{II. részvény } \beta = 0,9 \quad r = 19\%$$

A fenti képletbe – értékpapíronként – behelyettesítve az ismert feltételeket a következő egyenletrendszert kapjuk:

$$r_I = r_f + (r_m - r_f) \times \beta_I$$

$$r_{II} = r_f + (r_m - r_f) \times \beta_{II}$$

$$0,22 = r_f + (r_m - r_f) \times 1,2$$

$$0,19 = r_f + (r_m - r_f) \times 0,9$$

$$0,22 = r_f + 1,2 r_m - 1,2 r_f$$

$$0,22 = 1,2 r_m - 0,2 r_f$$

$$0,19 = r_f + 0,9 r_m - 0,9 r_f$$

$$0,19 = 0,1 r_f + 0,8 r_m \text{ ebből kifejezzük az } r_f \text{-et}$$

$$r_f = \frac{0,19 - 0,8 r_m}{0,1} \text{ azaz}$$

$$r_f = 1,9 - 8 r_m$$

A kapott összefüggést behelyettesítjük az első összefüggésbe:

$$0,22 = 1,2 r_m - 0,2 \times (1,9 - 8 r_m)$$

$$0,22 = 1,2 r_m - 0,38 + 1,6 r_m$$

$$0,22 = 2,8 r_m - 0,38$$

$$r_m = \frac{0,22 + 0,38}{2,8} = \frac{0,6}{2,8} = 0,2142857 \text{ ez } 21,42\%$$

visszahelyettesítve az r_f képletbe:

$$r_f = 1,9 - 8 \times r_m = 1,9 - 8 \times 0,2142857 = 0,1857144 \text{ azaz } 18,57\%$$

Ahhoz tehát, hogy a CAPM modell teljesüljön, a két részvény esetében

kapott érték: I. részvény 21,42%

II. részvény 18,57%

5.13

A törzsrészesvényeknél $DIV = 150$ HUF (ez a várható osztalék), a részesvény árfolyama (A , vagy P_0 jelzéssel) $5\,200$ HUF, és az osztaléknövekedés mértéke (g jelzéssel) 6% .

$$r = \frac{DIV}{P_0}$$

azaz $r = \frac{150 \times 100}{5\,200} + 6 = 2,9 + 6 = 8,9\%$ a törzsrészesvények várható hozama

Az elsőbbségi részesvényeknél az osztalék (DIV) 250 HUF, (az árfolyam A vagy P_0 jelzéssel) $3\,500$ HUF, így a várható hozam (r):

$$r = \frac{DIV}{P_0} = \frac{250}{3\,500} \times 100 = 7,1\%$$

5.14 Az árfolyam meghatározásának képlete:

$$A = \frac{DIV}{r - g}$$

ahol: A = árfolyam

DIV = osztalék

r = alternatív hozamráta

g = osztaléknövekedési ráta

A rendelkezésre álló adatokból a feladat könnyen megoldható:

$$DIV = 21 \text{ USD/részesvény}$$

$$r = 12\%$$

$$g = 5\%$$

$$A = \frac{21}{0,12 - 0,05} = \frac{21}{0,07} = 300 \text{ USD}$$

adott részesvény árfolyama

5.15

5%-os évi átlagos egy részesvényre jutó adózott nyereség növekedés.

a) Az egy részesvényre jutó adózott nyereség a következő évben

$$488 \times 1,05 = 512,4$$

Az egy részesvényre jutó osztalék $512,4 \times 0,3 = 153,72$

b) A részesvény árfolyama a következő évben $p_0 = \frac{153,72}{0,13 - 0,05} = 1921,5$

$$P_0 = \frac{DIV_1}{r - g}$$

ahol: P_0 = a részvény jelenlegi vételi árfolyama

DIV_1 (divident) = a várható osztalék a következő évre

r = a részvény várható hozama

g = az osztalék elvárható növekedési rátája

$$P_5 = \frac{100}{0,15 - 0,05} = 1\,000 \text{ Ft}$$

$$P_0 = 1\,000 \times \frac{1}{1,15^5} = 497 \text{ Ft - ért érdemes vásárolni.}$$

A papír hozama $r_A = 18\%$

B papír hozama $r_B = 20\%$

A papír kockázata $\delta_A = 16\%$

B papír kockázata $\delta_B = 24\%$

A papír mennyisége X_A

B papír mennyisége X_B

Összes papír mennyisége 1 (100%)

A – B papír korrelációja 0,48

a) adott portfólió kockázata δ_p

$$\delta_p^2 = x_A^2 \delta_A^2 + x_B^2 \delta_B^2 + 2 \delta_A \delta_B x_A x_B \rho_{AB}$$

Behelyettesítjük

$x_B = 1 - x_A$ összefüggést

$$\delta_p^2 = \delta_A^2 x_A^2 + \delta_B^2 (1 - x_A)^2 + 2 \delta_A \delta_B x_A (1 - x_A) \rho_{AB}$$

$$\delta_p^2 = \delta_A^2 x_A^2 + \delta_B^2 (1 - 2x_A + x_A^2) + 2 \delta_A \delta_B x_A \rho_{AB} - 2 \delta_A \delta_B x_A^2 \rho_{AB}$$

Összevonásuk után

$$\delta_p^2 = x_A^2 (\delta_A^2 + \delta_B^2 - 2 \delta_A \delta_B \rho_{AB}) + x_A (2 \delta_A \delta_B \rho_{AB} - 2 \delta_B^2) + \delta_B^2$$

Számszaki meghatározással:

$$\delta_p^2 = x_A^2 (16^2 + 24^2 - 2 \times 16 \times 24 \times 0,48) + x_A (2 \times 16 \times 24 \times 0,48 - 2 \times 24^2) + 24^2$$

a művelet elvégzése után:

$$\delta_p^2 = 463,36 - 783,36 + 529$$

b) A portfólió kockázat minimuma

A $\delta_p^2(x_A)$ függvénynek szélső értéke van egy x_A -nál,

$$\text{amelynél } \frac{d\delta_p^2}{dx_A} = 0$$

Keressük meg ezt:

$$\frac{d\delta_p^2}{dx_A} = 2 \times 463,36_{x_A} - 783,36 = 0$$

$$926,72_{x_A} - 783,36 = 0$$

$$x_A = \frac{783,36}{926,72} \approx \underline{0,8453}$$

$$x_B = 1 - x_A \equiv \underline{0,1573}$$

A szélső érték minimum, ha

$$\frac{d^2\delta_p^2}{dx_A^2} > 0$$

$$\frac{d^2\delta_p^2}{dx_A^2} = 2 \times 463,36 = 926,72 > 0 -$$

A minimális kockázat ezen x_A és x_B mellett:

$$\begin{aligned} \delta_p^2 &= 463,36 \times 0,8453^2 - 783,36 \times 0,8453 + 576 = \\ &= 331,08554 - 662,1742 + 576 = 244,91134 \end{aligned}$$

$$\delta_p = \sqrt{244,91134} = \underline{15,65\%}$$

c) A portfólió hozama ezen x_A és x_B mellett

$$\begin{aligned} r_p &= r_A \cdot x_A + r_B \cdot x_B = 18 \times 0,8453 + 20 \times 0,1547 = \\ &= 15,2154 + 3,094 = \underline{18,31\%} \end{aligned}$$

5.18

A részvények várható hozama:

$$r = \frac{DIV_1}{P_0} + g$$

$$r = \frac{900}{9000} \times 100 + 6$$

$$r = 9,33$$

A kötvények lejáratáig terjedő hozama:

$$r = \frac{1200 + \left(\frac{10000 - 12000}{10} \right)}{0,6 \times 12000 + 0,4 \times 10000} = 0,125 \rightarrow 15,12\%$$

5.19

A kötvény vételi árfolyama = $7000 \times 3,685 + 50000 \times 0,41 = 46295$ Ft.

$$\text{Egyszerű hozam} = \frac{7000}{46295} = 0,1512 \rightarrow 15,12\%$$

5.20

a) $244600 = 40000 \times 5,575 + x \times 0,108$

$x = 200000 = \text{névérték}$

b) Árfolyam = $40000 \times 2,991 + 200000 \times 0,402 = 200040$ Ft.

5.21

A rugalmasság, vagy elaszticitás számításakor tulajdonképpen reagálási fokot határozunk meg, hiszen az árfolyamváltozás az időtényező és a piaci kamat függvényében jelenik meg, és viszonylag jól becsülhető.

A számítás a következő képlet alapján történhet:

$$E = \frac{\frac{A_1}{A_0} - 1}{\frac{r_1}{r_0} - 1}$$

ahol a jelzések a következők:

A_1 = tárgydőszaki árfolyam

A_0 = kötvény névértéke

r_1 = tárgydőszaki piaci kamat

r_0 = fix kamat

A kapott eredmény pedig azt mutatja meg, hogy a kamattényező egységnyi (1%-nyi) változása az árfolyam alakulásában milyen változást eredményez.

$$\text{a) } E = \frac{\frac{2050}{2000} - 1}{\frac{22}{20} - 1} = \frac{+0,25}{+0,1} = +2,5$$

azaz a kamat 1%-os változása az árfolyam 2,5%-os változását eredményezi.

$$\text{b) } E = \frac{\frac{1800}{2000} - 1}{\frac{18}{20} - 1} = \frac{-0,1}{-0,1} = +1$$

Ez kiegyensúlyozott kapcsolatot jelez, mert egységnyi kamat változása, egységnyi árfolyam változását eredményezi.

$$\text{c) } E = \frac{\frac{1800}{2000} - 1}{\frac{24}{20} - 1} = \frac{-0,1}{+0,2} = -0,5$$

Ez a mutató a tanulságos az eddigiek közül, mert ez esetben a kamatláb egységnyi növekedése 0,5 egységnyi árfolyamcsökkenést eredményez.

Az arány és az irány előrejelzésére tehát alkalmas a rugalmasság mutatója.

5.22

$$\text{Egyszerű hozam} = 20\,000 \times 0,1 = 2\,000$$

$$\text{Névleges hozam} = \frac{2\,000}{25\,000} = 0,08$$

$$\text{Elaszticitás} = \frac{20\,000 - 25\,000}{25\,000} : \frac{0,15 - 0,08}{0,08} = -0,22857$$

5.23

$$\frac{20\,000}{0,15} \times \left(1 - \frac{1}{1,15^7}\right) = 83\,208$$

$$83\,208 \times (1 + r/4)^{4 \times 7} = 223\,995$$

$$(1 + r/4)^{28} = 2,692$$

$$1 + r/4 = 1,036$$

$$r = 0,144 \text{ azaz } 14,4\%$$

$$\text{Effektív kamat: } (1 + 0,144 / 4)^4 = 1,152 \text{ azaz } 15,2\%.$$

5.24

a) Bruttó árfolyam:

$$12\,000 + \frac{12\,000}{1,16} + \frac{80\,000 + 12\,000}{1,16^2} = 90\,716 \text{ Ft}$$

Nettó árfolyam = bruttó árfolyam – felhalmozódott kamat

$$\text{azaz } 90\,716 - 12\,000 = 78\,716 \text{ Ft}$$

b) Hátralévő átlagos futamidő (duration)

$$d = \frac{1 \times 10345 + 2 \times 68371}{78\,716} = \frac{147087}{78\,716} = 1,87 \text{ év}$$

5.25

A kötvénnyel kapcsolatos pénzáramok:

Évek	Tőketartozás	Kamat	Törlesztés	Teljes cash flow
0				- 47 000
1	50 000	8 000	12 500	20 500
2	37 500	6 000	12 500	18 500
3	25 000	4 000	12 500	16 500
4	12 500	2 000	12 500	14 500

a) Bruttó árfolyam:

$$6000 + \frac{16500}{1,18} + \frac{14500}{1,18^2} = 30397 \text{ Ft}$$

Nettó árfolyam = Bruttó árfolyam – Felhalmozódott kamat
 azaz $30\,397 - 6\,000 = 24\,397 \text{ Ft}$

b) Hátralévő átlagos futamidő (duration)

$$d = \frac{1 \times 13983 + 2 \times 10414}{24397} = \frac{34811}{24397} = 1,43 \text{ év}$$

5.26

$$a) \frac{20000}{(1+r)^2} = 14863$$

$$(1+r)^2 = 20000 / 14863 = 1,3456$$

$(1+r) = 1,16$ azaz az éves hozam 16%

$$b) \frac{20000}{1,16^3} = 12813 \quad \text{vagy} \quad \frac{14863}{1,16} = 12813$$

5.27

$$P_0 = 15\,000 \times 4,494 + 90\,000 \times 0,191 = 84\,600 \text{ Ft.}$$

P_0 = a részvény árfolyama

5.28

$$P_0 = \frac{4000}{0,16 - 0,05} = 36363,6 \rightarrow \text{igen érdemes}$$

5.29

$$\text{EPS} = \frac{15\,000}{10\,000} = 1,5 \text{ eFt / db.}$$

$$\text{ROE} = \frac{15\,000}{54\,000} = 0,278$$

$$\text{egy részvény könyv szerinti értéke} = \frac{1,5}{0,278} = 5,3957 \text{ eFt / db}$$

5.30

$$\text{ROE} = \frac{9\,500}{47\,500} = 0,2$$

$$\text{EPS} = \frac{9\,500}{1\,000} = 9,5$$

$$\text{Újrabefektetési hányad} = 1 - \frac{6}{9,5} = 0,368$$

$$g = 0,368 \times 0,2 = 0,0736 \text{ azaz } 7,36\%$$

5.31

$$\text{Vételi árfolyam} = 288\,000$$

$$\text{Évi kamat} = 43\,000$$

$$\text{Eladási árfolyam} = 264\,000$$

$$r = \frac{43\,200 + \frac{264\,000 - 288\,000}{5}}{0,4 \times 288\,000 + 0,6 \times 264\,000} = \frac{38\,400}{273\,600} = 0,14 \rightarrow 14\%$$

5.32

$$18\,702 = x \cdot 2,174 + 20\,000 \times 0,609$$

$$x = 3\,000$$

$$\text{Névleges kamatláb} = \frac{3\,000}{20\,000} = 0,15 \rightarrow 15\%$$

$$\text{a) Árfolyam} = 3\,000 + \frac{3\,000}{1,18} + \frac{23\,000}{1,18^2} = 22\,060,6$$

$$\text{b) Árfolyam} = \frac{23\,000}{1,18} = 19\,491,5$$

A számított árfolyam információt ad a vevő számára a döntéshozatalkor, meghatározása a következő:

$$P_o = \frac{DIV + P_1}{1 + r}$$

ahol:

P_o = a jelenlegi árfolyam

P_1 = a számított árfolyam

DIV = az osztalék

r = a várt hozam

Behelyettesítve az ismert adatokat:

$$240 = \frac{10 + P_1}{1 + 0,18}$$

$$282,2 = 10 + P_1$$

$$273,2 = P_1$$

A részvény 273,2 DEM-es számított árfolyama a tényszerű adatokon alapul, nem tükrözi a piaci várakozásokat.

- kockázatmentes kamatláb 12%,
- piaci portfólió hozama 14%
- éves növekedési ütem 5%,
- részvény elvárt hozama 16%
- árfolyam 8400 Ft

Ki kell indulni az alapvető összefüggésből, azaz $P_o = \frac{DIV_1}{r - g}$

ebből az egyenleg átalakításával a következő összefüggést kapjuk:

$$P_o \times (r - g) = DIV_1$$

$$8400 \times (0,16 - 0,05) = DIV_1$$

a következő évi osztalék tehát a számítás eredményeként 924,- Ft.

Ebből meghatározzuk az ezévi osztalék nagyságát a következőképpen:

$$DIV_0 = \frac{DIV_1}{(1+r)^1}$$

ebbe behelyettesítve a rendelkezésre álló adatokat:

$$924 / 1,05 = 880 \text{ Ft.}$$

A piaci kockázat meghatározásához a szükséges adatok rendelkezésre állnak:

$$r_i = r_f + (r_m - r_f) \cdot \beta$$

$$16 = 12 + (14 - 12) \times \text{béta, és az ebből kapott eredmény}$$

béta = 2, ami rendkívül nagy kockázatot mutat.